

1 (Sem-3) MDC 02

2024

(Multidisciplinary Course)

Paper : MDC0300203

(Foundations of Mathematical Sciences—III)

Full Marks : 45

Time : 2 hours

The figures in the margin indicate full marks
for the questions

Answer either in English or in Assamese

1. Answer the following as directed : $1 \times 5 = 5$

তলত দিয়াবোৰৰ নিৰ্দেশানুসৰি উত্তৰ দিয়া :

- (a) If $A = \{x, y, z\}$, then the number of subsets in power set of A is
যদি $A = \{x, y, z\}$ হয়, তেন্তে A ৰ ঘাতসংহতিত
কিমানটা উপসংহতি থাকিব ?

(i) 6

(ii) 8

(iii) 7

(iv) 9

(Choose the correct answer)

(শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা)

- (b) If $A = \{1, 2, 3\}$ and $B = \{2, 3, 4\}$, then find the value of $A \cup B$.

যদি $A = \{1, 2, 3\}$ আৰু $B = \{2, 3, 4\}$ হয়, তেন্তে
 $A \cup B$ ৰ মান উলিওৱা।

(c) Find $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$.

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ ৰ মান উলিওৱা।

(d) State True or False :

শুদ্ধ নে অশুদ্ধ লিখা :

The multiplication of matrices is not always commutative.

মৌলিকৰ পূৰণ সদায় ক্রমবিনিময় নহয়।

(e) The probability of an impossible event is

অসম্ভৱ ঘটনা এটাৰ সম্ভাৱিতা হ'ব

(i) 0.01

(ii) 100

(iii) 0

(iv) 1

(Choose the correct answer)

(শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা)

2. Answer any five of the following questions :

$$2 \times 5 = 10$$

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ যি কোনো পাঁচটাৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) List all the subsets of the set $\{-1, 0, 1\}$.

$\{-1, 0, 1\}$ সংহতিটোৰ আটাইবোৰ উপসংহতি লিখা।

(b) Let A and B be two finite sets such that $n(A) = 20$, $n(B) = 28$ and $n(A \cup B) = 36$. Then find $n(A \cap B)$.

ধৰা হ'ল A আৰু B দুটা সীমিত সংহতি য'ত $n(A) = 20$, $n(B) = 28$ আৰু $n(A \cup B) = 36$. তেন্তে $n(A \cap B)$ ৰ মান উলিওৱা।

(c) If $A = \{1, -1\}$, then find $A \times A \times A$.

যদি $A = \{1, -1\}$ হয়, তেন্তে $A \times A \times A$ ৰ মান উলিওৱা।

(d) If $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$, then find the value of

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{6 + f(x)}$$

যদি $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$ হয়, তেন্তে $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{6 + f(x)}$ ৰ মান উলিওৱা।

(e) If $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, then find the matrix AB .

যদি মৌলিক $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ আৰু মৌলিক

$B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, তেন্তে মৌলিক AB ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(f) If $\begin{vmatrix} 2x & 5 \\ 8 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & -2 \\ 7 & 3 \end{vmatrix}$, then write the value of x .

যদি $\begin{vmatrix} 2x & 5 \\ 8 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & -2 \\ 7 & 3 \end{vmatrix}$ হয়, তেন্তে x ৰ মান উলিওৱা।

(g) Find $\frac{d^2y}{dx^2}$, if $y = 5\cos x - 3\sin x$.

মান উলিওৱা $\frac{d^2y}{dx^2}$ ব, যদি $y = 5\cos x - 3\sin x$ হয়।

(h) Find the derivative of

$$f(x) = \ln(x^3 + 3x - 4)$$

$f(x) = \ln(x^3 + 3x - 4)$ ৰ অৱকলজ উলিওৱা।

(i) Define random experiment with suitable examples.

যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষাৰ সংজ্ঞা উপযুক্ত উদাহৰণৰ সৈতে লিখা।

(j) A coin is thrown 3 times. What is the probability that at least one head is obtained?

এটা নিখুঁত মুদ্ৰা 3 বাৰ দলিওৱা হ'ল। অতিকমেও এটা মুণ্ড প্ৰাপ্ত হোৱাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা।

3. Answer any four of the following questions :

$$5 \times 4 = 20$$

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ যি কোনো চাৰিটাৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) In a survey of 60 people, it was found that 25 people read newspaper H, 26 read newspaper T, 26 read newspaper I, 9 read both H and I, 11 read both H and T, 8 read both T and I, 3 read all the three newspapers. Find the number of people who read exactly one newspaper.

5

60 জন মানুহৰ এটা সমীক্ষাত দেখা গ'ল যে 25 জন মানুহে H বাতৰি-কাকত পঢ়ে, 26 জনে T বাতৰি-কাকত পঢ়ে, 26 জনে I বাতৰি-কাকত পঢ়ে, 9 জনে H আৰু I দুয়োখনে পঢ়ে, 11 জনে H আৰু T দুয়োখনে পঢ়ে, 8 জনে T আৰু I দুয়োখনে পঢ়ে, 3 জনে আটাইবোৰ তিনিওখন বাতৰি-কাকত পঢ়ে। মাত্ৰ এখন বাতৰি-কাকত পঢ়া মানুহৰ সংখ্যা উলিওৱা।

(b) Define the function $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ by $f(x) = 3, \forall x \in \mathbb{R}$. Draw the graph of the function f and find the domain and range of f .

$$3 + 1 + 1 = 5$$

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ফলনটোৰ সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া আছে $f(x) = 3$, প্ৰত্যেক $x \in \mathbb{R}$ ৰ বাবে। f ফলনৰ লেখ আঁকা আৰু আদিক্ষেত্ৰ আৰু পৰিসৰ নিৰ্ণয় কৰা।

(c) Using properties of determinant, prove that

নিৰ্ণায়কৰ ধৰ্ম প্ৰয়োগ কৰি, প্ৰমাণ কৰা যে

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -4 & -2 & 6 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 0 \quad 5$$

(d) If $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$, then prove that $AB \neq BA$.

5

যদি মৌলকক্ষ $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ আৰু মৌলকক্ষ

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \text{ হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে } AB \neq BA.$$

(e) Given that

দিয়া আছে

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & ; x \neq 0 \\ 2 & ; x = 0 \end{cases}$$

Test the continuity of $f(x)$ at $x = 0$.

5

ফলন $f(x)$ ৰ $x = 0$ ত অবিচ্ছিন্নতাৰ পৰীক্ষা কৰা।

(f) Using chain rule, find the derivative of

শৃঙ্খল বিধি প্ৰয়োগ কৰি অৱকলজ উলিওৱা :

$$(5x^3 + 2x - 7)^5$$

5

(g) A fair coin is tossed 10 times. Find the probability of getting exactly five heads.

5

এটা নিখুঁত মুদ্ৰা 10বাৰ টছ কৰা হ'ল। ঠিক পাঁচটা মুণ্ড প্ৰাপ্ত হোৱাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা।

(h) Given $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ and $P(A \cup B) = \frac{1}{5}$, then find (i) $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ and(ii) $P(A \cap \bar{B})$.

5

দিয়া আছে $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ আৰু $P(A \cup B) = \frac{1}{5}$, তেন্তে (i) $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ আৰু(ii) $P(A \cap \bar{B})$ ৰ মান উলিওৱা।

4. Answer any one of the following questions :

10

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ যি কোনো এটাৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) (i) In a group of 60 people, 27 like cold drinks, 42 like hot drinks and each likes at least one of the two drinks. How many like both the drinks?

5

60 জন মানুহৰ থূপ এটাত দেখা গ'ল যে 27 জন মানুহে cold drinks ভাল পায়, 42 জন মানুহে hot drinks ভাল পায় আৰু প্ৰত্যেক জন মানুহে অতিকমেও এটা drinks ভাল পায়। কিমানজন মানুহে দুয়োটা drinks ভাল পায়?

(ii) Prove the following by using Venn diagram :

5

তলত দিয়াবোৰ ভেন চিত্ৰৰ সহায়ত প্ৰমাণ কৰা :

$$(1) A = (A \cap B) \cup (A - B)$$

$$(2) A \cup (B - A) = A \cup B$$

(b) (i) Prove that every polynomial function is continuous.

5

প্ৰমাণ কৰা যে প্ৰত্যেকটো বহুপদ ফলনেই অবিচ্ছিন্ন।

(ii) Find the derivative of the following functions w.r.t. x :

$$2\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} = 5$$

 x ৰ সাপেক্ষে তলৰ ফলনবোৰৰ অৱকলজ উলিওৱা :

$$(1) \frac{1}{x^2}$$

$$(2) \sin^2 x$$

(c) (i) Find X and Y , if

X আৰু Y ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা, যদি

$$X+Y = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ and (আৰু) } X-Y = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad 5$$

(ii) What positive value of x makes the following pair of determinants equal? 5

x ৰ কি ধনাত্মক মানৰ বাবে তলৰ নিৰ্ণায়ক যোৰ সমান হ'ব?

$$\begin{vmatrix} 2x & 3 \\ 5 & x \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 16 & 3 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$$

(d) (i) If A and B are any two events and are not disjoint, then show that

যদি দুটা ঘটনা A আৰু B অসংযুক্ত নহয়, তেন্তে দেখুওৱা যে

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad 5$$

(ii) If A and B are two events, such that $P(A) = 0.4$, $P(A \cup B) = 0.7$ and $P(B) = p$, then for what value of p , A and B are (1) mutually exclusive and (2) independent? $2\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} = 5$

যদি A আৰু B দুটা ঘটনা, $P(A) = 0.4$, $P(A \cup B) = 0.7$ আৰু $P(B) = p$, তেন্তে p ৰ কিমান মানৰ বাবে A আৰু B (1) পৰস্পৰ বহিৰ্ভূত আৰু (2) স্বতন্ত্ৰ হ'ব?
