

### 3 (Sem-2/CBCS) ECO HC 2

2023

## ECONOMICS

Paper : ECO-HC-2026

( **Mathematical Methods in Economics—II** )

( Honours Core )

Full Marks : 80

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks for the questions*

*Answer either in English or in Assamese*

1. Answer the following as directed :  $1 \times 10 = 10$

তলত দিয়াসমূহৰ নিৰ্দেশ অনুযায়ী উত্তৰ দিয়া :

(a) Write a triangular matrix.

এটা ত্ৰিভুজীয় মৌলকক্ষ লিখা।

(b) State the condition under which the production function  $Q = AK^\alpha L^\beta$  is a linearly homogeneous production function.

$Q = AK^\alpha L^\beta$  উৎপাদন ফলনটো সৰলৰৈখিক মাত্ৰাৰ সদৃশ উৎপাদন ফলন হোৱাৰ চৰ্তটো লিখা।

( 2 )

- (c) The function  $f$  is called homothetic if  
 $f(x) = f(y) \Rightarrow f(tx) \neq f(ty)$ ,  $t > 0$ .

( Write True or False )

$f$  ফলনটো সমৰূপ হয় যদি  
 $f(x) = f(y) \Rightarrow f(tx) \neq f(ty)$ ,  $t > 0$ .

( সত্য নে অসত্য লিখা )

- (d) Give an example of an implicit function.  
এটা অন্তর্নিহিত ফলনৰ উদাহৰণ দিয়া।

- (e) Write an identity matrix of order  $n$ .  
 $n$ -মাত্রাৰ এটা অভেদ মৌলকক্ষ লিখা।

- (f) Economists call Lagrange multiplier  $\lambda$   
a \_\_\_\_\_.

( saddle point/shadow price )

( Fill in the blank )

লাগ্ৰাঞ্জ গুণক  $\lambda$  ক অর্থনীতিবিদসকলে \_\_\_\_\_ বুলি  
কয়।

( পৰ্য্যায় বিন্দু/আনুমানিক দৰ )

( খালী ঠাই পূৰণ কৰা )

( Continued )

( 3 )

- (g) What is the norm of the following  
matrix?

তলত দিয়া মৌলকক্ষটোৰ প্ৰতিমান কি হ'ব?

$$\begin{bmatrix} 1 & -7 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$$

(i) -2

(ii) -1

(iii) 10

(iv) -10

( Choose the correct answer )

( শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা )

- (h) State mathematically the necessary  
condition for equilibrium of a price  
discriminating monopoly market.

দৰ বিভেদীকৃত একচেটিয়া বজাৰৰ ভাৰসাম্য নিৰ্ধাৰণৰ  
বাবে প্ৰয়োজনীয় গাণিতিক চৰ্তটো লিখা।

- (i) If we interchange any two rows or two  
columns of a determinant, then its  
value remains unchanged.

( Write True or False )

যদি এটা নিৰ্ধাৰকৰ দুটা শাৰী বা দুটা স্তম্ভ সালসলনি কৰা  
হয়, তেন্তে ইয়াৰ মান একে থাকে যদিও চিহ্ন সলনি হয়।

( সত্য নে অসত্য লিখা )

A23/753

( Turn Over )

A23/753

(j) What is the trace of a skew-symmetric matrix?

তিৰ্ক-সমমিত মৌলকক্ষৰ অনুৰেখ কি হ'ব?

2. Answer the following questions :  $2 \times 5 = 10$

তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Distinguish between a scalar and a vector.

অদিশ বাশি আৰু সদিশ বাশিৰ মাজত পাৰ্থক্য লিখা।

(b) Differentiate  $x^4 + y^2 = 25$  implicitly.

অন্তৰ্নিহিত ফলন  $x^4 + y^2 = 25$ ৰ অৱকল নিৰ্ণয় কৰা।

(c) For what value of  $\beta$ ,  $A = \begin{bmatrix} \beta & \beta^2 - 1 \\ 2 & \beta + 1 \end{bmatrix}$  is a symmetric matrix?

$\beta$  ৰ কি মানৰ বাবে  $A = \begin{bmatrix} \beta & \beta^2 - 1 \\ 2 & \beta + 1 \end{bmatrix}$  এটা সমমিত

মৌলকক্ষ হ'ব?

( Continued )

(d) What will be the solution of the following difference equation by iterative method?

তলত দিয়া ভেদ সমীকৰণটোৰ পৌনঃপুনিক পদ্ধতিত সমাধান কি হ'ব?

$$y_{t+1} - 0.3y_t = 0$$

(e) What value must  $x$  have so that the following matrix  $A$  does not have an inverse?

তলত দিয়া  $A$  মৌলকক্ষটোৰ প্ৰতিলোম নথকাৰ বাবে  $x$  ৰ মান কি হ'ব লাগিব?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2+x \\ x & -1 \end{bmatrix}$$

3. Answer the following questions (any four) :  $5 \times 4 = 20$

তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া (যি কোনো চাৰিটা) :

(a) Find the extreme value of the following function :

তলত দিয়া ফলনটোৰ চৰম মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$Z = e^{2x} - 2x + 2y^2 + 3$$

( 6 )

- (b) Calculate the  $3 \times 3$  matrix  $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$  with  $a_{ij} = 2i - j$ .

$A = (a_{ij})_{3 \times 3}$  মৌলকক্ষটো নির্ণয় কৰা যদি  $a_{ij} = 2i - j$  হয়।

- (c) Show that the following function is a homogeneous function of degree  $\frac{5}{2}$  :

তলত দিয়া ফলনটো এটা  $\frac{5}{2}$  মাত্রাৰ সদৃশ ফলন বুলি দেখুওৱা :

$$f(x, y) = \frac{x^3 - y^3}{x^{1/2} + y^{1/2}}$$

- (d) Using the properties of determinant, show that

নিৰ্ধাৰকৰ ধৰ্ম প্ৰয়োগ কৰি দেখুওৱা যে

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$$

( 7 )

- (e) For  $F(y, x) = 0$ , is the following implicit function defined around the point  $(y = 3, x = 1)$ ?

$F(y, x) = 0$  ৰ বাবে তলত দিয়া অন্তৰ্নিহিত ফলনটো  $(y = 3, x = 1)$  বিন্দুত সম্ভৱনে?

$$x^3 - 2x^2y - 3xy^2 - 22 = 0$$

- (f) Show that the following function is continuous but not differentiable at  $x = 2$  :

তলত দিয়া ফলনটো  $x = 2$  বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন কিন্তু অৱকলনীয় নহয় বুলি দেখুওৱা :

$$f(x) = \begin{cases} x - 1, & x < 2 \\ 2x - 3, & x \geq 2 \end{cases}$$

4. Answer the following questions : 10×4=40

তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া :

- (a) A monopolist produces his product in two different plants and his total cost functions are given by

$$TC_1 = 20 - 4Q_1 + \frac{1}{2}Q_1^2$$

$$TC_2 = 40 - 8Q_2 + Q_2^2$$

( 8 )

If the average revenue function is given by  $AR = 40 - Q$  where  $Q = Q_1 + Q_2$ , then find profit maximizing outputs and maximum profit. 5+5=10

এজন একচেটীয়া বিক্রেতাই দুটা ভিন্ন প্রকল্পত উৎপাদন কৰা সামগ্ৰীৰ মুঠ ব্যয় ফলন হ'ল

$$TC_1 = 20 - 4Q_1 + \frac{1}{2}Q_1^2$$

$$TC_2 = 40 - 8Q_2 + Q_2^2$$

যদি গড় আয় ফলন  $AR = 40 - Q$  য'ত  $Q = Q_1 + Q_2$  হয়, তেন্তে সৰ্বোচ্চ লাভ অৰ্জনকাৰী উৎপাদনৰ পৰিমাণসমূহ আৰু সৰ্বোচ্চ লাভ নিৰ্ণয় কৰা।

Or / অথবা

Find the only possible solution to the problem

Maximize  $x^2y^3z$  subject to  $x+y+z=12$  10

$$x + y + z = 12 \quad \text{প্রতিবন্ধক} \quad \text{থকা} \quad x^2y^3z$$

ফলনটোৰ সৰ্বোচ্চ মান নিৰ্ণয়ৰ একমাত্র সমাধানটো নিৰ্ণয় কৰা।

( 9 )

(b) Analyze the following market model for stability : 10

তলত দিয়া বজাৰ আৰ্হিটোৰ সুস্থিৰতা বিশ্লেষণ কৰা :

$$Q_D = 10 - 5P$$

$$Q_S = -10 + 20P$$

$$\frac{dp}{dt} = 3(Q_D - Q_S)$$

Or / অথবা

Solve the following simple market model by (i) Cramer's rule and (ii) matrix inversion method : 5+5=10

তলত দিয়া সৰল বজাৰ আৰ্হিটো (i) ক্ৰেমাৰৰ নিয়ম আৰু (ii) প্রতিলোমীয় মৌলকক্ষ পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা :

$$Q_D = a - bP$$

$$Q_S = -c + dP$$

$$Q_D = Q_S$$

(c) If the cost function of a firm is  $C = L + 2K$  and the production function is  $Q = LK$ , then find the value of  $L$  and  $K$  so that 50 units can be produced at minimum cost. 10

যদি এখন উৎপাদন প্রতিষ্ঠানৰ ব্যয় ফলন  $C = L + 2K$  আৰু উৎপাদন ফলন  $Q = LK$  হয়, তেন্তে 50 টা গোট সৰ্বনিম্ন ব্যয়ত উৎপাদনৰ বাবে  $L$  আৰু  $K$ ৰ মান কিমান হ'ব লাগিব, উলিওৱা।

Or / অথবা

A price discriminating firm of monopoly market has the following demand curves and cost functions. Find the—

- profit maximizing outputs;
- profit maximizing prices;
- maximum profit;
- elasticities of demand of the two price discriminating markets.

$$4+2+2+2=10$$

দৰ বিভেদীকৃত এখন একচেটিয়া বজাৰৰ উৎপাদন প্রতিষ্ঠানৰ চাহিদা ৰেখা আৰু ব্যয় ফলন তলত দিয়া হৈছে। নিৰ্ণয় কৰা—

- সৰ্বোচ্চ লাভ অৰ্জনকাৰী উৎপাদনৰ পৰিমাণ
- সৰ্বোচ্চ লাভ অৰ্জনকাৰী দৰ
- সৰ্বোচ্চ লাভ
- দুয়োখন দৰ বিভেদীকৃত বজাৰৰ চাহিদাৰ স্থিতিস্থাপকতা :

$$P_1 = 60 - 4Q_1$$

$$P_2 = 42 - 3Q_2$$

$$C = 50 + 12Q, Q = Q_1 + Q_2$$

- (d) Given the demand and supply function for the Cobweb model as follows, find the intertemporal equilibrium price and determine whether the time path is convergent or divergent : 10

তলত দিয়া মকৰাজাল আৰ্হিৰ চাহিদা আৰু যোগান ফলনৰ পৰা আন্তঃসাময়িক ভাৰসাম্য দৰ নিৰ্ণয় কৰা আৰু সময় গতিপথটো অভিসাৰী নে অপসাৰী হ'ব, নিৰ্ণয় কৰা :

$$Q_{Dt} = 18 - 3P_t$$

$$Q_{St} = -3 + 4P_{t-1}$$

Or / অথবা

Solve the following two equations : 5+5=10

তলত দিয়া সমীকৰণ দুটা সমাধান কৰা :

$$(i) \frac{dy}{dx} + 5y = 10, y(0) = 6$$

$$(ii) y_{t+1} + 3y_t = 2, y(0) = 5$$

\*\*\*